УДК 681.586.69

В. А. Халяпин, А. А. Шпилевой

О РАСПРОСТРАНЕНИИ ОБЫКНОВЕННО-НЕОБЫКНОВЕННОГО ОПТИЧЕСКОГО ИМПУЛЬСА В УСЛОВИЯХ СИНХРОНИЗМА

Рассмотрена динамика нелинейных процессов при распространении импульсных сигналов, используемых в волоконно-оптических линиях связи. Изучение аналитических решений системы уравнений для случая двухкомпонентного импульса, полученных с помощью метода последовательных приближений и стационарных фаз, свидетельствует о смещении «центров масс» спектральных плотностей сигнала к частотам, одновременно удовлетворяющим условиям группового и фазового синхронизмов.

The nonlinear process dynamic during the signal spreading in the optical lines is considered. The analysis of analytical solves of the equation system that obtained by consistent iterations and stationary phases method show about the "mass center" of signal spectral density displacement to the frequency, that simultaneously satisfy to the phase and group synchronism conditions.

Ключевые слова: нелинейные оптические явления, фазовый и групповой синхронизм, двухкомпонентный импульс, генерация света.

Key words: nonlinear optical phenomena, phase and group synchronism, two-component pulse, light generation.

Нелинейные явления, происходящие в оптических линиях связи, позволяют реализовать ряд дополнительных рабочих режимов, в том числе с преобразованием лазерного излучения в моды суммарных и разностных частот. Примером дискретного преобразования частоты может служить эффект генерации второй гармоники [1; 2]. Как известно, в одноосном кристалле лазерный пучок имеет две компоненты — обыкновенную E_o и необыкновенную E_e, поляризованные в различных плоскостях. За счет квадратичной нелинейности обыкновенная компонента на исходной частоте может порождать необыкновенную компоненту на удвоенной частоте при выполнении условия фазового синхронизма. Однако в некоторых случаях возникает необходимость непрерывного изменения частоты. Плавная перестройка частоты лазерного излучения возможна на основе процесса параметрической генерации света при выполнении условия синхронизма для трехволнового взаимодействия [1]. Это условие определяется законом сохранения энергии и импульса при распаде фотонов $\omega_p = \omega_1 + \omega_2$, $k_p(\omega_н) = k_1(\omega_1) + k_2(\omega_2)$. Кроме того, в импульсном режиме перекачка энергии из одной компоненты в другую происходит наиболее эффективно при выполнении условия группового синхронизма.

Исследуем спектральную динамику двухкомпонентного импульса, распространяющегося в среде с характеристиками одноосного кристалла при данных условиях.

Система, описывающая распространение импульсов в одноосном кристалле вдоль оси z под произвольным углом α к оптической оси, имеет вид

$$\frac{\partial E_o}{\partial z}+\frac{n_o}{c}\frac{\partial E_o}{\partial t}+a_2\frac{\partial}{\partial t}\left(E_oE_e\right)+a_3\frac{\partial}{\partial t}\left(E_oE_e^2\right)+$$
$$+b_{3o}E_o^2\frac{\partial E_o}{\partial t}-\delta_o\frac{\partial^3E_o}{\partial t^3}+\sigma_o\int_{-\infty}^{t}E_odt'=0; \tag{1}$$
$$\frac{\partial E_e}{\partial z}+\frac{n_e}{c}\frac{\partial E_e}{\partial t}+a_2E_o\frac{\partial E_o}{\partial t}+b_2E_e\frac{\partial E_e}{\partial t}+a_3\frac{\partial}{\partial t}\left(E_o^2E_e\right)+$$
$$+b_{3e}E_e^2\frac{\partial E_e}{\partial t}-\delta_e\frac{\partial^3E_e}{\partial t^3}+\sigma_e\int_{-\infty}^{t}E_edt'=0, \tag{2}$$

где c — скорость света в вакууме; n_o и n_e — соответственно обыкновенный и необыкновенный показатели преломления на нулевой частоте; a_2, b_{2e}, a_3, b_{3e}, b_{3o} определяют вклад нелинейностей второго и третьего порядков, параметры δ_o, δ_e характеризуют электронную, а σ_o, σ_e — ионную дисперсию [3].

Пусть импульс распространяется перпендикулярно оптической оси. Тогда для импульсов интенсивностью $I\sim10^{13}$ Вт/см^2 и длительностью $\tau_p\approx1-10$ фс можно пренебречь электронной кубической нелинейностью (a_3, b_{3e}, $b_{3o}=0$) [3]. Для тех же интенсивностей, учитывая малую длину дисперсионного расплывания для столь коротких импульсов (порядка десятка мкм), пренебрежем линейным и нелинейным поглощением. Кроме того, будем рассматривать случай, когда спектр импульса лежит в области нормальной дисперсии групповой скорости ($\sigma=0$). Воспользовавшись преобразованием Фурье, при этих условиях, из системы (1; 2) получим следующую систему спектральных уравнений:

$$\frac{\partial F_o(\omega,z)}{\partial z}+i\omega\frac{n_o(\omega)}{c}F_o(\omega,z)+ia_2\omega\int_{-\infty}^{\infty}F_o(\omega-\omega_2,z)F_e(\omega_2,z)d\omega_2=0;$$
$$\frac{\partial F_e(\omega,z)}{\partial z}+i\omega\frac{n_e(\omega)}{c}F_e(\omega,z)+\frac{ia_2\omega}{2}\int_{-\infty}^{\infty}F_o(\omega-\omega_2,z)F_o(\omega_2,z)d\omega_2+$$
$$+\frac{ib_2\omega}{2}\int_{-\infty}^{\infty}F_e(\omega-\omega_2)F_e(\omega_2)d\omega_2=0. \tag{3}$$

Здесь $F_{o,e}(\omega,z)=\int_{-\infty}^{\infty}E_{o,e}e^{-i\omega t}dt/2\pi$ — функции Фурье для обыкновенной и необыкновенной компонент импульса; ω — частота спектральной моды; $n_{o,e}(\omega)=n_{o,e}+c\delta_{o,e}\omega^2$ — показатели преломления соответствующих компонент импульса.

Для анализа системы уравнений (3) воспользуемся методом последовательных приближений. В нулевом приближении получаем

$$F_{o,e}^{(0)}(\omega,z)=A_{o,e}(\omega)e^{-i\omega\frac{n_{o,e}(\omega)}{c}z}, \tag{4}$$

где $A_{o,e}$ — фурье-функция компонент сигнала на входе в среду (z = 0). Продолжая итерационную процедуру, в первом приближении получаем систему линейных неоднородных дифференциальных уравнений:

$$\frac{\partial F_o^{(1)}(\omega,z)}{\partial z}+i\omega\frac{n_o(\omega)}{c}F_o^{(1)}(\omega,z)-ia_2\omega\int_{-\infty}^{\infty}F_o^{(0)}(\omega-\omega_2,z)F_e^{(0)}(\omega_2,z)d\omega_2; \quad (5)$$

$$\frac{\partial F_e^{(1)}(\omega,z)}{\partial z}+i\omega\frac{n_e(\omega)}{c}F_e^{(1)}(\omega,z)=-\frac{ia_2\omega}{2}\int_{-\infty}^{\infty}F_o^{(0)}(\omega-\omega_2,z)F_o^{(0)}(\omega_2,z)d\omega_2-$$
$$-\frac{ib_2\omega}{2}\int_{-\infty}^{\infty}F_e^{(0)}(\omega-\omega_2)F_e^{(0)}(\omega_2)d\omega_2=0\,. \quad (6)$$

Подставляя (4) в систему (5; 6) и используя метод стационарных фаз [4], получаем искомое асимптотическое решение:

$$F_o(\omega,z)=e^{-i\frac{n_o(\omega)}{c}z}\Bigg[A_o(\omega)+$$
$$+a_2\omega\left(A_o(\omega-\omega_a)A_e(\omega_a)\sqrt{\frac{2\pi}{-h''(\omega_a)z}}\frac{e^{-izh(\omega_a)-i\frac{\pi}{4}signh''(\omega_a)}}{h(\omega_a)}+(\omega_a\to\omega_b)\right)\Bigg];$$

$$F_e(\omega,z)=e^{-i\frac{n_e(\omega)}{c}z}\Bigg[A_e(\omega)+\sqrt{\frac{\pi}{3z}}e^{-i\frac{\pi}{4}}\left(\frac{a_2}{2}\sqrt{\frac{\omega}{\delta_o}}A_o^2\left(\frac{\omega}{2}\right)\frac{e^{-i(2k_o(\omega/2)-k_e(\omega))z}}{2k_o(\omega/2)-k_e(\omega)}+\right.$$
$$\left.+\frac{b_2}{2}\sqrt{\frac{\omega}{\delta_e}}A_e^2\left(\frac{\omega}{2}\right)\frac{e^{-i(2k_e(\omega/2)-k_e(\omega))z}}{2k_e(\omega/2)-k_e(\omega)}\right)\Bigg], \quad (7)$$

где

$$k_{o,e}(\omega)=\omega n_{o,e}/c+\delta_{o,e}\omega^3;\;\; h(\omega_2)=k_o(\omega-\omega_2)+k_e(\omega_2)-k_e(\omega);$$
$$\omega_{a,b}=\left(-\delta_o\omega\pm\sqrt{(n_e-n_o)(\delta_o-\delta_e)/3c+\delta_o\delta_e\omega^2}\right)/(\delta_o-\delta_e);$$
$$h''(\omega_a)=\left(\partial^2h/\partial\omega_2^2\right)_{|\omega_2=\omega_a}.$$

Следует заметить, что метод стационарной фазы, который мы использовали для взятия интегралов в правой части (5; 6), связан с условием группового синхронизма. Чтобы это показать, рассмотрим, например, подынтегральное слагаемое при коэффициенте a_2. Согласно методу стационарной фазы главный вклад в интеграл дает область частот в окрестности стационарной точки, которая определяется из условия экстремума фазы $\partial h(\omega_2)/\partial\omega_2=0$. Последнее соотношение можно переписать в виде условия группового синхронизма

$$\left.\frac{\partial k_o}{\partial\omega}\right|_{\omega=\omega-\omega_2}=\left.\frac{\partial k_e}{\partial\omega}\right|_{\omega=\omega_2}. \quad (8)$$

Из решений (7) на основе (8) видно, что фурье-образ обыкновенной компоненты имеет особенности на частотах

$$\omega_{o1}=\sqrt{\frac{n_e-n_o}{3c\delta_o}};\;\; \omega_{o2}=2\sqrt{\frac{(n_e-n_o)(\delta_e-\delta_o)}{3c\delta_o(4\delta_e-\delta_o)}}, \quad (9)$$

а необыкновенной компоненты — на частоте

$$\omega_e = 2\sqrt{\frac{(n_o - n_e)}{(4\delta_e - \delta_o)c}}\,. \qquad (10)$$

Такие особенности, возникающие при выполнении условий фазового и группового синхронизмов, можно устранить с помощью интегрирования по параметру

$$\lim_{v\to 0}\frac{e^{izv}}{iv} = \lim_{v\to 0}\int_{-\infty}^{z} e^{izv}dz = \int_{-\infty}^{z}\lim_{v\to 0} e^{izv}dz = \int_{-\infty}^{z} dz = z + C_1,$$

где C_1 — константа интегрирования. Из (9) и (10) получаем, что $F_o(\omega_{o1}, z)$, $F_o(\omega_{o2}, z)$, $F_e(\omega_e, z) \sim \sqrt{z}$. Это означает, что по мере распространения импульса на указанных частотах можно ожидать роста соответствующих спектральных плотностей сигнала.

Таким образом, на основе системы уравнений, описывающих динамику спектральных плотностей двухкомпонентного импульса, который распространяется в среде с характеристиками, соответствующими одноосному кристаллу в области его прозрачности, с помощью метода последовательных приближений и стационарных фаз получены приближенные аналитические решения (7). Анализ решений показывает, что «центры масс» спектральных плотностей сигнала будут смещаться к частотам, одновременно удовлетворяющим условиям группового и фазового синхронизма.

Список литературы

1. *Клышко Д. Н.* Физические основы квантовой электроники. М., 1986.

2. *Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П.* Теория волн. М.: наука, 1990. 405 с.

3. *Сазонов С. В. Соболевский А. Ф.* О нелинейном распространении предельно коротких импульсов в оптически одноосных средах // ЖЭТФ. 2003. Т. 123, №6. С. 1160.

4. *Найфэ А.* Введение в методы возмущений. М., 1984.

Об авторах

Вячеслав Анатольевич Халяпин — канд. физ.-мат. наук, доц., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, e-mail: slavasxi@pochtamt.ru

Андрей Алексеевич Шпилевой — канд. физ.-мат. наук, доц., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, e-mail: ashpilevoi@kantiana.ru

Authors

Vyacheslav Haliapin — Dr., prime lecturer, I. Kant Baltic Federal University, e-mail: slavasxi@pochtamt.ru

Andrey Shpilevoy — Dr., prime lecturer, I. Kant Baltic Federal University, e-mail: ashpilevoi@kantiana.ru